

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 17551 для 5 класса

1. В честь 8-го марта проводится акция: цена на все товары в цветочном магазине снижается на  $\frac{2}{5}$  от первоначальной. Букет из 101 сахарной розы в феврале стоил 64 монеты. Во сколько раз продавцу необходимо повысить цену на букет накануне 8-го марта, чтобы при применении акции он стоил в 1.2 раза дороже, чем в феврале?

**Решение**

Пусть  $x$  — новая цена на букет в преддверии праздника.

Тогда

$$x - \frac{2}{5} \cdot x = 64 \cdot \frac{6}{5}, \quad x = 64 \cdot 2 \text{ монеты.}$$

Таким образом, отношение новой цены ( $64 \cdot 2$  монеты) к старой (64 монеты) равняется 2-м.

**Ответ:** в 2 раза.

2. Сколько существует четырехзначных целых чисел, составленных из цифр 0, 1, 2, 3, 4 и 5, которые не делятся на 5 и не имеют в своем составе трех и более цифр подряд одинаковой четности?

*Примечание:* число не может начинаться с нуля; указанные цифры в числе могут повторяться или не встречаться вовсе.

### Решение

Решим задачу «от противного»: определим количество четырехзначных чисел, состоящих из указанных цифр, которые не делятся на 5 и имеют в своем составе три и более цифр подряд одинаковой четности, а затем вычтем найденное количество из всех четырехзначных чисел, которые состоят из указанных цифр и не делятся на 5.

1. Определим общее количество чисел:

первая позиция	вторая позиция	третья позиция	четвертая позиция
любая цифра кроме 0	любая цифра		любая цифра кроме 0 и 5 согласно признаку делимости на 5
1, 2, 3, 4, 5	0, 1, 2, 3, 4, 5		1, 2, 3, 4
5 вариантов	6 вариантов	6 вариантов	4 варианта

Таким образом, всего вариантов:  $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4$ .

2. Подсчитаем количество чисел, содержащих три и более цифр подряд одинаковой четности: для этого переберем все возможные комбинации.

а) Подряд стоят 3 цифры одинаковой четности:

	первая позиция	вторая позиция	третья позиция	четвертая позиция
подряд стоят 3 четные цифры	<b>четная цифра</b>	<b>четная цифра</b>	<b>четная цифра</b>	<b>нечетная цифра</b>
	любая цифра кроме 0	любая цифра		любая цифра кроме 5
	2, 4	0, 2, 4		1, 3
	2 варианта	3 варианта	3 варианта	2 варианта
	<b>нечетная цифра</b>	<b>четная цифра</b>	<b>четная цифра</b>	<b>четная цифра</b>
	любая цифра	любая цифра		любая цифра кроме 0
	1, 3, 5	0, 2, 4		2, 4
	3 варианта	3 варианта	3 варианта	2 варианта

Таким образом, вариантов, где присутствуют три подряд идущие четные цифры:  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$ .

	первая позиция	вторая позиция	третья позиция	четвертая позиция
подряд стоят 3 нечетные цифры	нечетная цифра	нечетная цифра	нечетная цифра	четная цифра
	любая цифра 1, 3, 5 3 варианта			любая цифра кроме 0 2, 4 2 варианта
	четная цифра	нечетная цифра	нечетная цифра	нечетная цифра
	любая цифра кроме 0 2, 4 2 варианта	любая цифра 1, 3, 5 3 варианта   3 варианта		любая цифра кроме 5 1, 3 2 варианта

Таким образом, вариантов, где присутствуют три подряд идущие нечетные цифры:  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$ .

б) Подряд стоят 4 цифры одинаковой четности:

первая позиция	вторая позиция	третья позиция	четвертая позиция
четная цифра	четная цифра	четная цифра	четная цифра
любая цифра кроме 0 2, 4 2 варианта	любая цифра 0, 2, 4 3 варианта   3 варианта		любая цифра кроме 0 2, 4 2 варианта
нечетная цифра	нечетная цифра	нечетная цифра	нечетная цифра
любая цифра 1, 3, 5 3 варианта   3 варианта   3 варианта			любая цифра кроме 5 1, 3 2 варианта

Таким образом, вариантов, где присутствуют четыре подряд идущие цифры одинаковой четности:  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$ .

3. Вычислим итоговое количество вариантов:

$$\begin{aligned}
 & 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 - (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) - \\
 & - (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) - (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2) = \\
 & = 3^2 \cdot (5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 - (4 + 6) - (6 + 4) - (4 + 6)) = \\
 & = 3^2 \cdot 10 \cdot (8 - 1 - 1 - 1) = 9 \cdot 10 \cdot 5 = 450.
 \end{aligned}$$

Ответ: 450.

3. Победитель турнира по Dota 2 подсчитал, что 5 лекций и 9 лабораторных занятий отнимают столько же времени от тренировочного процесса за 7 дней, сколько 8 лекций и 3 лабораторных занятия за 5 дней. Какой вид учебной деятельности более губителен для тренировочного процесса?

### Решение

Запишем исходные данные в виде равенства:

$$\frac{5A + 9B}{7} = \frac{8A + 3B}{5},$$

где  $A$  — «вред» от лекции;  $B$  — «вред» от лабораторного занятия. Каждая дробь обозначает суммарный «вред» от учебного процесса за один день.

Домножим обе части равенства на 35:

$$25A + 45B = 56A + 21B.$$

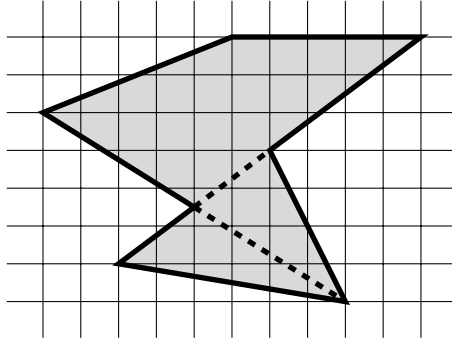
Уберем из обеих частей  $25A$  и  $21B$  (например, прогуляем эти занятия).

$$24B = 31A.$$

Отсюда видно, что посещение лабораторного занятия ( $B$ ) более губительно для тренировочного процесса, нежели посещение лекции ( $A$ ).

**Ответ:** для тренировочного процесса более губительно посещение лабораторных занятий.

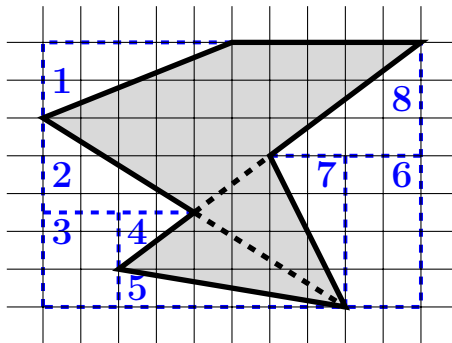
4. Определите площадь (в квадратных клеточках) закрашенной фигуры.



### Решение

В силу симметрии точка, из которой выходят пунктирные линии, лежит ровно на середине высоты клеточки.

Дополним имеющуюся фигуру до прямоугольника 7x10 клеточек, а затем посчитаем площадь незакрашенной части, предварительно разбив ее на понятные фигуры.



Площадь незакрашенной фигуры:

$$\begin{aligned}
 S' &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8. \\
 S' &= 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 2.5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + 2.5 \cdot 2 + 1.5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + \\
 &\quad + 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \\
 &= 5 + 5 + 5 + 1.5 + 3 + 8 + 4 + 6 = 37.5 \text{ кв. клеточек.}
 \end{aligned}$$

Площадь прямоугольника 7x10 клеточек:  $7 \cdot 10 = 70$  кв. клеточек.

Тогда площадь закрашенной фигуры:  $S = 70 - S' = 70 - 37.5 = 32.5$  кв. кл.

**Ответ:** 32.5 кв. клеточек.

5. Чтобы решить, на каком море провести каникулы, Афанасий и Вероника поступают следующим образом: Афанасий называет число, а Вероника возводит его в 26-ю степень. Если последняя цифра результата окажется меньше пяти, то они поедут на Берингово море, иначе — на Баренцево. Где они проведут лето, если Афанасий назовет число 27?

### Решение

Проанализируем последовательность изменения последней цифры выражения  $27^{26}$ :

степень	произведение	последняя цифра
1		7
2	...7 · 7	9
3	...9 · 7	3
4	...3 · 7	1
5	...1 · 7	7

Заметим, что последняя цифра при возведении числа в степень изменяется циклично (7 — 9 — 3 — 1) и каждое пятое возведение в степень начинает этот цикл заново. Следовательно, чтобы определить последнюю цифру при возведении в 26-ю степень, необходимо оценить остаток от деления 26 на 4:

$$\frac{26}{4} = 6 \text{ целых, } 2 \text{ в остатке.}$$

Таким образом, последняя цифра будет равна второму числу из цикла, то есть девяти, а, следовательно, Афанасий с Вероникой поедут отдыхать на Баренцево море.

**Ответ:** на Баренцевом море.